

Quadratwurzel

Es seien x_0 und A positive reelle Zahlen. Ferner sei eine Folge $\{x_n\}$ rekursiv definiert durch:

$$x_n = \frac{1}{2} \left(x_{n-1} + \frac{A}{x_{n-1}} \right), \quad (n \in \mathbb{N}).$$

- a) Zeigen Sie, dass $x_n \geq \sqrt{A}$, $(n \in \mathbb{N})$.
- b) Zeigen Sie, dass $x_{n+1} \leq x_n$, $(n \in \mathbb{N})$.
- c) Zeigen Sie, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ existiert.
- d) Zeigen Sie, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sqrt{A}$.